

---

# Les Options

## Gestion du Risque d'Option

## Les Lettres Grecques

Bertrand Gros Lambert  
CERAM

---

## Plan de Cours

- Séance 1 Introduction à la gestion des risques Chap 1
- Séance 2 Value-At-Risk (VAR) Chap 18
- Séance 3 Options : Intro et Principes de Valorisation Chap 8, 9
- Séance 4 Options : Stratégies Chap 10
- Séance 5 Mid term
- Séance 5 Valorisation : Méthode Binomiale, Black&Scholes Chap 10, 13
- Séance 6 Options sur Indices Boursiers, Devises, Futures et Taux d'intérêt Chap 14
- Séance 7 Les Lettres Grecques Chap 15
- Séance 8 Forwards et Futures : Intro et Principes de Valorisation Chap 2, 5
- Séance 9 Forwards et Futures : Stratégies Chap 3
- Séance 10 Examen final

# Plan

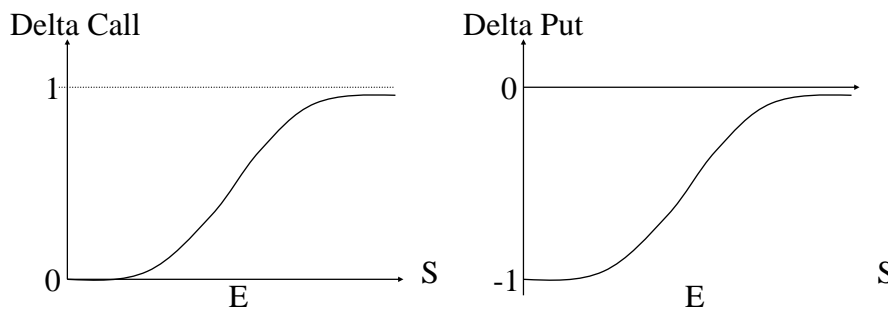
- Delta
- Gamma
- Theta
- Vega (*N.B. : vega n'est pas une lettre grecque*)
- Rho

# Objectif

- Les "lettres grecques" mesure le risque d'une option par rapport à diverses variables.
- Elles permettent de contrôler l'évolution d'une position.
- Si  $\Pi$  est la valeur du portefeuille, on a :
  - ◆ Delta  $\Delta = d\Pi/dS$
  - ◆ Gamma  $\Gamma = d\Delta/dS = d^2\Pi/dS^2$
  - ◆ Theta  $\Theta = d\Pi/dt$
  - ◆ Vega  $Vega = d\Pi/d\sigma$
  - ◆ Rho  $\rho = d\Pi/dr$

# Delta

- Delta  $\Delta = d\Pi/dS$
- Le delta mesure les variations du portefeuille par rapport aux variations du sous-jacent



# Delta

- Pour un call européen sans dividende
  - ◆  $\Delta = N(d1)$  (revoir la formule de B&S)
- Pour un put européen sans dividendes
  - ◆  $\Delta = N(d1) - 1$
- Pour un portefeuille d'options
  - ◆  $\Delta\Pi = \Sigma w_i \Delta_i$  avec  $w_i$  le nombre d'options  $i$

## Delta

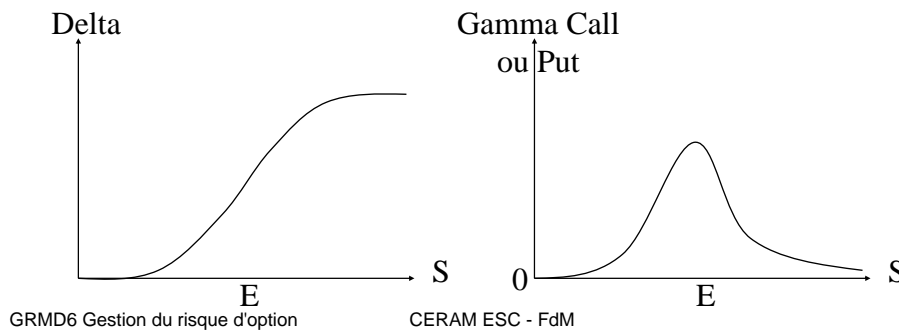
- Le delta est utilisé pour contrôler l'évolution d'un portefeuille par rapport au sous-jacent
- Exemple : portefeuille **delta-neutre**
  - ◆ Un investisseur est short de 20 contrats call de delta = 0.6 alors que  $S = €100$ . Que doit-il faire pour obtenir un portefeuille delta-neutre (i.e. insensible aux variations de  $S$ ) ?
  - ◆ Même question après que  $S$  soit passée à €101 et que le delta des calls soit désormais de 0.63 ?

## Delta

- Lorsque le sous jacent varie il est nécessaire de rééquilibrer le portefeuille régulièrement si l'on souhaite conserver un delta constant
- Principe mis en place lors de la démonstration de la méthode binomiale afin d'obtenir un portefeuille sans risque (delta-neutre)

# Gamma

- Gamma :  $\Gamma = d\Delta/dS = d^2\Pi/dS^2$ 
  - ◆ Dérivée seconde du portefeuille par rapport au sous-jacent = variations du delta par rapport aux variations du sous-jacent



GRMD6 Gestion du risque d'option

CERAM ESC - FdM

9

# Gamma

- Pour un call ou put européen sans dividende :

$$\Gamma = \frac{N'(d_1)}{S\sigma\sqrt{T}}$$

- Permet de savoir si un portefeuille delta neutre est en risque face à des mouvements de prix importants
- Il peut être intéressant d'obtenir un gamma nul, afin que le delta reste constant sans qu'il soit besoin de réajuster le portefeuille trop souvent

GRMD6 Gestion du risque d'option

CERAM ESC - FdM

10

# Theta

- Theta :  $\Theta = d\Pi/dt$

- ◆ Mesure l'impact du temps sur la valeur du portefeuille

Call européen sans div. :      Put européen sans div. :

$$\Theta = \frac{-SN'(d_1)\sigma}{2\sqrt{T}} - rXe^{-rT}N(d_2) \quad \Theta = \frac{-SN'(d_1)\sigma}{2\sqrt{T}} + rXe^{-rT}N(-d_2)$$

avec  $N'(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$

avec  $N'(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$

- Theta mesure l'impact d'une donnée qui, contrairement à delta, est par avance connue avec certitude

# Theta

- Theta est habituellement négatif pour une option
  - ◆ Reflète la diminution de la valeur temps au fur et à mesure que l'on se rapproche de la maturité
  - ◆ Sauf pour certains put européens
- La valeur temps diminue plus rapidement quand l'option est at-the-money
- La valeur temps diminue plus rapidement quand l'option est proche de l'échéance
- Implications en terme de gestion/spéculation ?

# Vega

- Vega =  $d\Pi/d\sigma$ 
  - ◆ Mesure la sensibilité du portefeuille à des variations de la volatilité
  - ◆ A priori on a supposé la vol. constante, mais en réalité c'est une donnée variable => impact la valeur d'un portefeuille d'option => il existe un risque lié à la vol.
  - ◆ Un portefeuille vega neutre est insensible aux variations de volatilité

# Rho

- Rho  $\rho = d\Pi/dr$ 
    - ◆ Mesure l'impact d'une variation du taux d'intérêt sur la valeur du portefeuille
- Pour un call sans div. :      Pour un put sans div. :
- $$\rho = XTe^{-rT} N(d_2) \qquad \rho = -XTe^{-rT} N(-d_2)$$

## Exercice 1

- Une institution gagne de l'argent en structurant et en vendant avec une marge des produits dérivés
- Supposons qu'elle ait vendu pour \$300,000 un call européen sur 100,000 actions sans dividendes dont les caractéristiques sont
  - ◆  $S = \$49$ ,  $E = \$50$ ,  $r = 5\%$ ,  $\sigma = 20\%$ ,  $T = 20$  semaines
- Quel est son espérance de gain ?
- Comment peut-elle se couvrir contre les risques liés aux variations du prix de l'option ?

## Exercice 2

- Une institution détient les positions suivantes

Type	Position	Delta	Gamma	Vega
Call	-1000	0,5	2,2	1,8
Call	-500	0,8	0,6	0,2
Put	-2000	-0,4	1,3	0,7
Call	-500	0,7	1,8	1,4

- ◆ Une option a un delta de 0.6, un gamma de 1.5 et un vega de 0.8. Comment rendre le portefeuille gamma neutre et delta neutre ? Vega neutre et Delta neutre ?
- ◆ Une deuxième option a un delta de 0.1 un gamma de 0.5 et un vega de 0.6. Comment rendre le portefeuille delta, gamma et vega neutre ?

## Exercice 3

- À partir de Option Strategy.xls de Reuters Kobra:
  - ◆ Sur un des titres du DJIA mettez en place une stratégie de type butterfly (long ou short) en fonction de vos anticipations et faites en sorte qu'elle soit delta et gamma-neutre. Vous vérifierez grâce au what-if scenarios en bas de la feuille valuation dans Option Strategy.xls que votre portefeuille est bien delta-neutre et gamma-neutre en vous mettant 1 jour plus tard et en faisant varier le spot price (vous pouvez afficher la valeur du delta de votre portefeuille dans la feuille strategy 2D), mais le plus simple est d'ouvrir une nouvelle feuille .xls et de faire des liens dynamiques avec la feuille Option Strategy.xls, afin de calculer automatiquement, la valeur totale, le delta et le gamma de votre portefeuille avant et après le what-if scenario). les feuilles valuation, strategy2D et strategy 3D ainsi que la feuille xls récapitulative que vous aurez créée sont à copier/coller dans word avec une explication succincte de votre stratégie et à poster sur webintec
- idem que ci-dessus mais à partir d'une stratégie diagonal spread et cette fois ci en vous mettant vega neutre.