

Futures et Forwards

Introduction et Principes de Valorisation

Bertrand Gros Lambert
CERAM

Plan de Cours

- Séance 1 Introduction à la gestion des risques Chap 1
- Séance 2 Value-At-Risk (VAR) Chap 18
- Séance 3 Options : Intro et Principes de Valorisation Chap 8, 9
- Séance 4 Options : Stratégies Chap 10
- Séance 5 Mid term
- Séance 5 Valorisation : Méthode Binomiale, Black&Scholes Chap 10, 13
- Séance 6 Options sur Indices Boursiers, Devises, Futures et Taux d'intérêt Chap 14
- Séance 7 Les Lettres Grecques Chap 15
- Séance 8 Forwards et Futures : Intro et Principes de Valorisation Chap 2, 5
- Séance 9 Forwards et Futures : Stratégies Chap 3
- Séance 10 Examen final

Plan

- Structure des marchés forward et futures
- Principes de valorisation des forwards et des futures
- Stratégies de futures
- Exemples

Définition des futures/forward

- Contrat future/forward
 - Accord entre deux parties, **obligeant** une partie à acheter quelque chose à l'autre partie qui est elle-même **obligée** de vendre, à une date ultérieure et à un prix fixé aujourd'hui.
 - A la différence du forward, le contrat future est traité dans le cadre d'un marché organisé.

Le marché des forwards (OTC : de gré à gré)

- Marché privé
 - Les transactions sont anonymes
- Marché non réglementé
 - Contrat sur mesure
- Risque
 - Risque de crédit (défaut de paiement)
 - Risque de liquidité

Le marché des futures

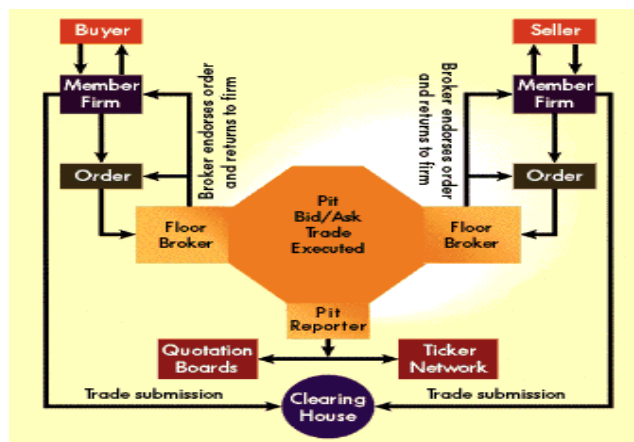
- Exemple :
 - NYMEX light Sweet Crude Oil
- Définitions du contrat
 - Taille
 - Unité de cotation
 - Variation de prix minimum
 - Qualité du contrat

Le marché des futures

- Conditions de livraison
 - Définition d'une date précise
 - Procédure de livraison
 - Livraison physique du produit (lieu ?)
 - Équivalent en numéraire

Mécanisme des marchés futures

- Passer un ordre



Mécanisme des marchés futures

- Contrat future = 1 perdant + 1 gagnant
 - ◆ => risque de défaut du perdant
- Rôle de la chambre de compensation
 - ◆ Organisme indépendant
 - ◆ Intermédiaire entre l'acheteur ("long") et le vendeur ("short")
 - ◆ Garantie contre le risque de défaut d'une contrepartie

Mécanisme des marchés futures

- Fonctionnement de la garantie de la chambre de compensation:
 - ◆ Dépôt de garantie (dépôt initial)
 - ◆ Évaluation quotidienne et règlement quotidien des profits/pertes latentes (marked to market)
 - ◆ Appel de marge (dépôts supplémentaires)

Mécanisme des marchés futures

- Exemple Appel de Marge
 - ◆ Un trader achète 2 contrats future sur l'or le 4 juin et les revend le 8 juin
 - ◆ Caractéristiques du contrat
 - Taille : 100 oz
 - Marge initiale : \$2,000
 - Marge de maintenance : \$1,500
 - ◆ Cours de l'or

Mécanisme des marchés futures

- Comment clore une position ?
 - ◆ Passer un ordre inverse
 - ◆ Aller jusqu'au terme du contrat => livraison
- "Open Interest"
 - ◆ # De contrats ouverts à un moment donné
 - ◆ Evolution de l'Open Interest
- Positions non débouclées à l'expiration:
 - ◆ Les "shorts" livrent le sous-jacent
 - ◆ Les "long" reçoivent le sous-jacent
- Historique long term d'un contrat future ?

Mécanisme des marchés futures

- Exemple "open interest"
 - ◆ En t, Mr Bitar est long de 1000 contrats et les autres investisseurs longs détiennent 10,000 contrats
 - ◆ Nécessairement il y a 11,000 shorts en face
 - ◆ => "Open Interest" = 11,000
 - ◆ Quid de l'O.I. Si Bitar achète 500 contrats supplémentaires ?
 - ◆ Quid de l'O.I. si Bitar revend ses 1000 contrats ?

Valorisation des prix spots

- Définition
 - ◆ Marché spot : marché où les transactions (paiement et livraison) sont réglées immédiatement.
 - ◆ S = prix spot (prix d'aujourd'hui)
 - ◆ $E(S_T)$ = prix spot anticipé à la date T
- $E(S_T)$ est l'espérance de S à la date T
 - ◆ $E(S_T)$ est la moyenne des cours possibles à la date T , pondérée par leur probabilité

Valorisation des prix spots

- Relation entre S et $E(S_T)$:

- ◆ Supposons qu'on achète un bien aujourd'hui et qu'on le stocke pour le revendre jusqu'à la date T . Supposons en outre que les individus soient indifférents au risque (risque-neutre)

- ◆ Aujourd'hui achat du bien X au prix S

- Stockage jusqu'à T => coûts de stockage : s
- Immobilisation des fonds => coût d'opportunité = i

- ◆ On doit alors avoir la relation (arbitrage) :

$$S + s + i = E(S_T) \Leftrightarrow S = E(S_T) - s - i$$

Valorisation des prix spots

- Relation entre S et $E(S_T)$ (suite) :

- ◆ $\theta = s + i$ représentent les **coûts de portage** (cost of carry)

- Pour les matières premières, s est élevé
- Pour les actifs financiers, s est faible voire négatif si l'investisseur retire un gain de du stockage (dividendes ou versement d'intérêts)
- Le coût de portage total peut être négatif (rentrée nette de cash) si le coût de stockage est suffisamment négatif (dividendes élevés)

$$S = E(S_T) - \theta$$

Valorisation des prix spots

- Relation entre S et $E(S_T)$ (suite) :

- ◆ Si maintenant on suppose que les investisseurs présentent une aversion au risque:
 - il faut une rémunération supplémentaire pour accepter de prendre le risque de stocker un bien dont le cours futur est incertain : **prime de risque $E(\phi)$** .
- ◆ Le prix spot à la date T : $E(S_T)$, doit donc être largement supérieur au prix spot aujourd'hui pour pouvoir offrir cette prime de risque :

$$S + s + i + E(\phi) = E(S_T) \Leftrightarrow S = E(S_T) - s - i - E(\phi)$$
$$\Leftrightarrow S = E(S_T) - \theta - E(\phi)$$

Valorisation des futures/forwards

- Notion de prix contre notion de valeur

- ◆ Sur tout marché spot efficient, prix = valeur :
 - valeur = cash-flows futurs actualisés à un taux tenant compte du coût d'opportunité des fonds et de la prime de risque générées par cet investissement
 - Si prix \neq valeur \Rightarrow arbitrage
- ◆ Sur les marchés de futures/forward, prix \neq valeur :
 - prix = le prix auquel le contrat oblige à acheter/vendre à une date ultérieure
 - valeur = un contrat forward/future vaut 0 au moment de son achat ou de sa vente. Ensuite, il n'a de valeur que si le prix du spot évolue et devient différent du prix fixé dans le contrat

Valorisation des futures/forwards

• Valeur d'un contrat **forward** à l'échéance

◆ Notation:

- F = **prix** du forward aujourd'hui (= prix d'exercice fixé)
- V_t = **valeur** du contrat forward à la date t

◆ Le **prix** du contrat à l'échéance $F_T = S_T$ (sinon arbitrage)

◆ La **valeur** du contrat à l'échéance est :

$$V_T = S_T - F$$

Valorisation des futures/forwards

• Valeur d'un contrat **forward** avant l'échéance

- ◆ Soit un contrat F , quelle est sa valeur V_t en t ($t < T$) ?

Date	Action	Prix	Valeur
Aujourd'hui	Achat 1 forward	F	0
En t	Vente 1 forward	F_t	$-0 + V_t$
A échéance	Reçoit le bien et paye F	$F_T = S_T$	$S_T - F$
	Livre le bien et reçoit F_t		$-(S_T - F_t)$
Valeur totale en T			$F_t - F$

- ◆ A la date t on a un portefeuille d'une valeur V_t , et qui prend à coup sûr la valeur $(F_t - F)$ à la date T . Par conséquent :

$$V_t = (F_t - F)(1 + r)^{-(T-t)}$$

Valorisation des futures/forwards

- **Valeur d'un contrat future**

- ◆ Notation:

- f = prix du future au moment de la transaction
- f_t = prix du future à la date t
- v_t = valeur du contrat future à la date t

- ◆ Prix du contrat à l'échéance $f_T = S_T$

Valorisation des futures/forwards

- **Valeur d'un contrat future (suite)**

- ◆ Soit un contrat f , sa valeur pendant la séance de cotation est : $v_T = f_T - f$
- ◆ A la fin de la séance le contrat f est "marked to market", les gains/pertes qui étaient latentes durant la séance, sont maintenant réalisées.
 - La valeur de f revient à 0 : $v_T = 0$

- **Prix Forward vs Prix Futures**

- ◆ Si le risque de défaut du contrat forward est nul et si les taux d'intérêt sont connus, alors les **prix** forward et futures sont équivalents :

$$F = f$$

Modèle de valorisation futures/forwards

● Rappels

- ◆ Coût de portage : $\theta = s + i$
- ◆ Coût de stockage : s
- ◆ Coût d'opportunité / coût de financement : i
- ◆ Prime de risque : $E(\phi)$
- ◆ $S = E(S_T) - \theta - E(\phi)$

Modèle de valorisation futures/forwards

● Le **prix** théorique du future

- ◆ Soit la stratégie suivante :
 - Emprunt de la somme S au taux i
 - Achat du sous-jacent marché spot au prix S
 - Vente d'un contrat future au prix f
 - Stockage du sous-jacent jusqu'à l'échéance T .
 - En T cette opération rapporte de manière certaine :
 $\Pi = f - S - s - i$

Modèle de valorisation futures/forwards

- Le **prix** théorique du future (suite)

- ◆ Le profit Π n'impliquant aucune mise de fonds, la condition d'**arbitrage** permet d'écrire $\Pi = 0$, et donc :

$$0 = f - S - s - i \Rightarrow f = S + \theta$$

- ◆ Le prix future égale le prix spot plus le coût de portage

- La différence entre le prix spot et le prix réel du future s'appelle la **base**

- ◆ Base = $S - f$

Modèle de valorisation futures/forwards

- **Base**

- ◆ Pour les biens physiques stockables et pour les actifs financiers ne rapportant pas d'intérêts, le coût de portage est normalement positif $\Rightarrow f > S$

La base est négative (**report** ou **contango**)

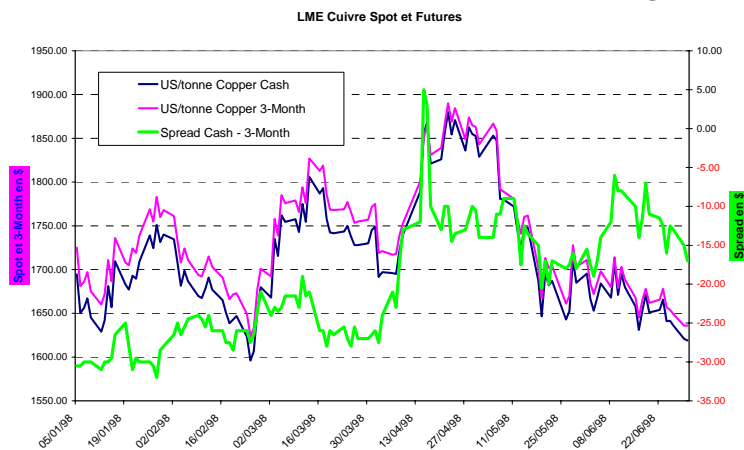
- ◆ Les conditions du marché spot (ex. : offre insuffisante) peuvent procurer un avantage aux détenteurs de l'actif sous-jacent. χ est le gain (non pécuniaire) que cet avantage procure : "Convenience Yield" :

$$f + \chi = S + \theta$$

- ◆ Si χ est suffisamment grand, $f < S$. Le marché est dit inversé (**déport** ou **backwardation**).

Modèle de valorisation futures/forwards

● Base : Exemple Cuivre LME (Contango)



GRMD 7

CERAM ESC - FdM

27

Modèle de valorisation futures/forwards

● Prix des futures et prime de risque

- ◆ Hypothèse sans prime de risque
 - Uniquement des spéculateurs
 - $f = E(S_T)$.
- ◆ Hypothèse avec prime de risque (Keynes [1930])
 - $E(f_T) > f$.
 - Les investisseurs sur un marché spot (long spot) peuvent se "hedger" en étant short future. En face, les spéculateurs se mettent long futures et assument le risque en contrepartie d'une prime de risque. $E(S_T) = f + E(\phi)$

GRMD 7

CERAM ESC - FdM

28

Modèle de valorisation futures/forwards

● Effet des cashflows intermédiaires

- ◆ Exemple : D_T dividendes sur une action
 - Soit la stratégie suivante: achat d'une action, vente d'un future
 - A l'échéance on obtient à coup sûr : $D_T + f$
- $S = (f + D_T)(1+r)^{-T} \Leftrightarrow f = S(1+r)^T - D_T \quad (\Leftrightarrow f = S + \theta)$
- ◆ Pour des dividendes multiples \Rightarrow approximation en temps continu d'un taux de dividendes de δ :
 - $f = S e^{(r-\delta)T}$
- ◆ Les dividendes réduisent le coût de portage et peuvent générer une base positive
 - Exemple

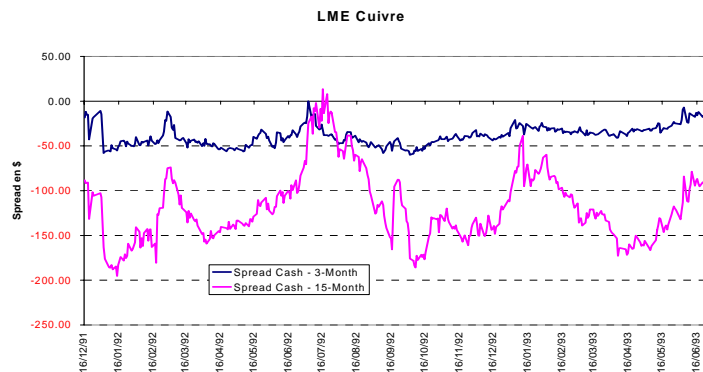
Modèle de valorisation futures/forwards

● Prix des contrats futures à divers échéances

- ◆ Echéances T_2 et T_1 avec $T_2 > T_1$.
- ◆ Si absence de dividendes, d'intérêts et de déséquilibre offre/demande, alors $f > S$ et :
 - $f_1 = S + \theta_1$ et $f_2 = S + \theta_2$
- ◆ Le coût de portage est plus élevé pour f_2 que pour f_1
 - $\Rightarrow f_2 - f_1 = \theta_2 - \theta_1 > 0$
- ◆ L'écart entre f_2 et f_1 est entièrement du à l'écart de coût de portage

Modèle de valorisation futures/forwards

- Prix des contrats futures à divers échéances
 - ◆ Exemple LME Cuivre 3-month et 15-month



GRMD 7

CERAM ESC - FdM

31

Exercice pour la semaine prochaine

- A partir du contrat que vous avez choisi, identifiez :
 - ◆ Identifier les contrats futures actuellement disponible et donner leurs caractéristiques (cf slides 6 et 7)
 - ◆ Trouver les dépôts de garantie et appel de marge (cf slides 10)
 - ◆ Trouver l'open interest de ces différents contrats (cf slide 12)
 - ◆ Trouver le prix spot et calculer les spreads (la base) entre les futures le spot (cf slides 25,26)

GRMD 7

CERAM ESC - FdM

32